

DOI:10.22144/ctu.jsi.2019.096

VAI TRÒ CỦA BIỂU DIỄN TOÁN HỌC TRONG GIẢI TOÁN CÓ LỜI VĂN Ở BẬC TIỂU HỌC

Ngô Trúc Phương*

Khoa Sư phạm, Trường Đại học Bạc Liêu

*Người chịu trách nhiệm về bài viết: Ngô Trúc Phương (email: ntphuongbl2011@yahoo.com)

Thông tin chung:

Ngày nhận bài: 20/03/2019

Ngày nhận bài sửa: 17/04/2019

Ngày duyệt đăng: 22/07/2019

Title:

The role of mathematical representations in word problem solving in primary school

Từ khóa:

Biểu diễn toán học, toán có lời văn, tiểu học

Keywords:

Mathematical representation, primary school, word problem

ABSTRACT

Mathematical representation plays an extremely important role in solving word problems. Using representation successfully leads to a better understanding and logical reasoning. The article presents some basic theories of mathematical representations and deepens five connections among mathematical representations used in solving word problems in primary schools.

TÓM TẮT

Biểu diễn toán học có vai trò rất quan trọng trong giải toán có lời văn. Sử dụng biểu diễn thành công sẽ giúp học sinh hiểu bài toán hơn và lập luận logic hơn. Bài viết trình bày một số cơ sở lý thuyết về biểu diễn toán học và đi sâu vào 5 hoạt động chuyển đổi giữa các dạng của biểu diễn toán học được vận dụng trong giải toán có lời văn ở tiểu học.

Trích dẫn: Ngô Trúc Phương, 2019. Vai trò của biểu diễn toán học trong giải toán có lời văn ở bậc tiểu học. Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ. 55(Số chuyên đề: Khoa học Giáo dục): 34-38.

1 ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong xu hướng đổi mới của giáo dục phổ thông hiện nay, chuyển từ dạy học theo hướng cung cấp kiến thức và kỹ năng sang hình thành, phát triển phẩm chất và năng lực thì nghiên cứu phát triển các năng lực toán học cho học sinh (HS) là rất cần thiết, trong đó có năng lực biểu diễn toán học (BDTH). Tác giả Trần Vui (2010) cho rằng BDTH có vai trò quan trọng vì trong quá trình biểu diễn thì HS sẽ (1) nghĩ về cái được biểu diễn (như một phương pháp tư duy); (2) ghi nhớ cái đã nghĩ đến thông qua biểu diễn (như một phương pháp ghi nhớ); và (3) sử dụng biểu diễn để trình bày, thảo luận (như một cách thức giao tiếp).

Chương trình giáo dục phổ thông mới của Việt Nam đã xem BDTH là một trong ba thành phần của

giao tiếp toán học và là biểu hiện cơ bản của năng lực mô hình hóa toán học. Đồng thời khẳng định HS cần phải học cách sử dụng ngôn ngữ toán học trong BDTH để thiết lập, thể hiện các ý tưởng toán học nhằm hình thành năng lực toán học (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018).

Bài viết này đề cập đến các hoạt động biểu diễn toán học trong giải toán có lời văn (CLV) ở tiểu học. Trong quá trình giải toán CLV, việc chuyển bài toán từ ngôn ngữ tự nhiên sang ngôn ngữ toán học là không thể thiếu. Trong bước chuyển này, BDTH đóng vai trò chính. Biểu diễn thành công sẽ giúp giải toán thành công. Do đó, HS tiểu học cần được làm quen với các dạng của BDTH để có thể giải toán CLV nói riêng và học toán nói chung một cách độc lập và sáng tạo.

2 VAI TRÒ CỦA BIỂU DIỄN TOÁN HỌC TRONG GIẢI TOÁN CÓ LỜI VĂN Ở TIỂU HỌC

2.1 Quan niệm về biểu diễn toán học

Hiểu một cách đơn giản, BDTH là sự trình bày một nội dung toán học bằng các thuật ngữ, kí hiệu, biểu tượng. Theo Vũ Thị Bình (2016) thì BDTH là việc sử dụng, sắp xếp các thuật ngữ, kí hiệu, hình ảnh (sơ đồ, biểu đồ, hình vẽ, đồ thị, dấu hiệu trên giấy, phác thảo hình học,...) hay các đối tượng cụ thể hàm chứa nội dung toán học để mô tả, tượng

trung hoặc đại diện cho một đối tượng, quan hệ hay một quy trình toán học.

2.2 Các dạng biểu diễn toán học

Có nhiều cách phân loại đối với BDTH. Bài viết này giới thiệu kiểu phân loại theo hình thức sử dụng và theo hoạt động biểu diễn.

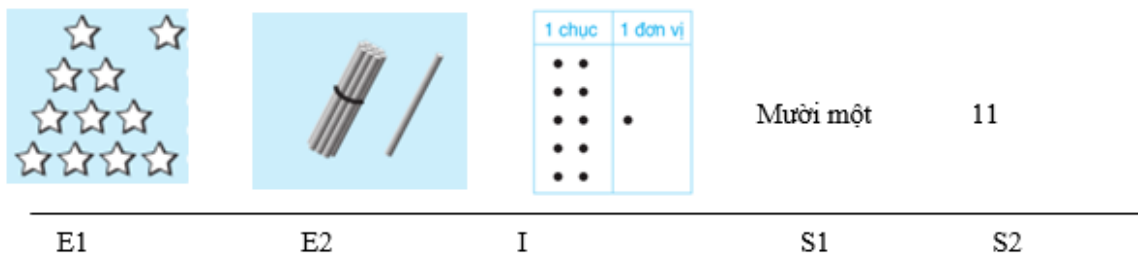
2.2.1 Phân loại theo hình thức sử dụng

Tadao (2007) đưa ra 5 dạng biểu diễn từ cao đến thấp được trình bày trong Bảng 1.

Bảng 1: Các dạng biểu diễn toán học theo Tadao (Vũ Thị Bình, 2016)

Loại biểu diễn	Nội dung	Đặc điểm
Biểu diễn ký hiệu (S2)	Sử dụng ký hiệu toán học (số, chữ cái và các ký hiệu)	Ngắn gọn và rõ ràng
Biểu diễn ngôn ngữ (S1)	Sử dụng ngôn ngữ toán học hoặc ngôn ngữ hàng ngày	Mang đến cảm giác quen thuộc nhưng thiếu cô đọng
Biểu diễn minh họa (I)	Sử dụng hình ảnh, sơ đồ, đồ thị, biểu đồ	Giàu tính trực quan và sinh động
Biểu diễn thao tác (E2)	Biểu diễn bằng sử dụng các mô hình giả định hay các đối tượng mà HS có thể tác động trực tiếp	Cụ thể và tự nhiên
Biểu diễn thực tế (E1)	Các biểu diễn dựa trên trạng thái của đối tượng thực	

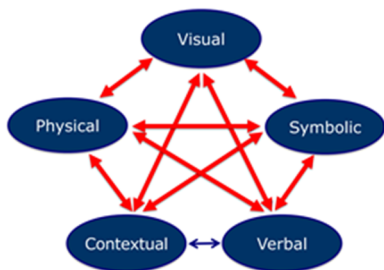
Các dạng biểu diễn theo Tadao có thể minh họa bằng ví dụ sau:



Hình 1: Minh họa các dạng biểu diễn của Tadao

2.2.2 Phân loại theo hoạt động biểu diễn

Hội Giáo viên Toán Hoa Kỳ (NCTM) (2014) đưa ra 5 loại hoạt động cho BDTH được nối kết với nhau như Hình 2.



Hình 2: Sự chuyển đổi giữa các hoạt động biểu diễn toán học (NCTM, 2014)

– Biểu diễn trực quan (visual): minh họa, chỉ ra hoặc làm việc với các ý tưởng toán học bằng cách

sử dụng sơ đồ, hình ảnh, trực số, đồ thị, và các hình vẽ khác.

– Biểu diễn bằng ký hiệu (symbolic): ghi nhớ hoặc làm việc với các ý tưởng toán học sử dụng số, biến, bảng và các ký hiệu khác.

– Biểu diễn bằng ngôn ngữ (verbal): sử dụng từ hoặc cụm từ để giải thích, tranh luận, xác định hoặc mô tả ý tưởng toán học, tạo cầu nối ngôn ngữ toán học hình thức và không hình thức.

– Biểu diễn theo ngữ cảnh (contextual): tình huống các ý tưởng toán học vào cuộc sống thực hoặc trong tưởng tượng.

– Biểu diễn tự nhiên (physical): sử dụng các vật thật để chỉ ra, thực hiện, tác động hay thao tác (như khối lập phương, que đếm, băng giấy,...).

Nhận thấy cách phân loại theo NCTM (2014) và Tadao (2007) có sự trùng nhau về tổng thể và ba

dạng biểu diễn trực quan, ký hiệu và ngôn ngữ. Hai cách phân loại này đều chỉ ra giữa các dạng biểu diễn và trong mỗi dạng luôn có sự chuyển đổi lẫn nhau. Đồng thời, tạo ra các hoạt động chuyển đổi giữa các kiểu BDTH là vấn đề rất cần thiết trong học toán, giúp HS hiểu sâu các khái niệm toán học và có công cụ hữu hiệu trong hoạt động giải toán.

2.3 Vai trò của biểu diễn toán học trong giải toán có lời văn ở tiểu học

Theo Mayer (1985), giải toán CLV gồm hai bước chính là biểu diễn bài toán và giải bài toán. Hoạt động biểu diễn gồm bước biến đổi và bước hợp nhất; hoạt động giải gồm bước lập kế hoạch giải và thực hiện giải, trong đó:

- Biến đổi: xác định cái đã cho và cái cần tìm, biểu diễn chúng.
- Hợp nhất: tìm cách giải thích mối quan hệ giữa các phần được cho trong bài toán để hình thành cấu trúc biểu diễn.
- Lập kế hoạch giải: xác định các phép toán được sử dụng và thứ tự của chúng.
- Thực hiện giải: thực hiện các phép toán đã lập ra để giải bài toán.

(Trích theo Jennifer (2010))

Có thể thấy, một bài giải đúng phụ thuộc vào sự chính xác ở mỗi bước. Trong giải toán CLV thì BDTH là một công đoạn để chuyển ngôn ngữ tự nhiên thành ngôn ngữ toán học thông qua hoạt động chuyển đổi giữa các dạng BDTH.

Ở tiểu học, có 5 hoạt động chuyển đổi BDTH trong quá trình giải toán CLV gồm:

- Hoạt động 1: Chuyển từ biểu diễn ngôn ngữ sang biểu diễn bằng ký hiệu
- Hoạt động 2: Chuyển từ biểu diễn ngôn ngữ sang biểu diễn trực quan
- Hoạt động 3: Chuyển từ biểu diễn trực quan sang biểu diễn bằng ký hiệu
- Hoạt động 4: Chuyển từ biểu diễn bằng ký hiệu sang biểu diễn ngôn ngữ
- Hoạt động 5: Chuyển đổi trong biểu diễn ký hiệu số.

2.3.1 Hoạt động 1: chuyển từ biểu diễn ngôn ngữ sang biểu diễn bằng ký hiệu

Hoạt động này rất phổ biến trong giải toán CLV ở tiểu học, một cách thức nhanh nhất đến lời giải của bài toán. Từ các dữ kiện được cho bằng lời, HS “phiên dịch” thành ký hiệu, số và phép toán tương ứng. Chẳng hạn, dữ kiện “thêm” hoặc “bớt” sẽ chuyển thành dấu “+” hoặc “-”. Hoạt động này

thành công khi HS gặp các bài toán quen thuộc, không có quá nhiều bước tính và không có “bẫy”.

Đôi khi việc chuyển đổi dựa trên xác định các từ khóa sẽ dẫn đến lời giải sai. Ví dụ, bài toán “Em có 3 quả cam. Cô cho em thêm 2 quả. Hỏi bây giờ em có bao nhiêu quả cam?” thì HS dễ dàng chuyển về phép toán $3 + 2 = 5$ (bằng cách xác định từ “thêm”, số 3, số 2). Cách dạy làm theo mẫu này sẽ dẫn đến việc các em giải sai bài toán “Em có một số quả cam. Cô cho em thêm 2 quả nên bây giờ em có 5 quả cam. Hỏi ban đầu em có bao nhiêu quả cam?”, nhiều HS sẽ viết $2 + 5 = 7$.

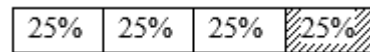
2.3.2 Hoạt động 2: chuyển từ biểu diễn ngôn ngữ sang biểu diễn trực quan

Khi gặp những tình huống không quen thuộc trong giải toán CLV, một cách lựa chọn phù hợp là biểu diễn các dữ kiện được cho trong bài toán bằng sơ đồ, hình ảnh,... Từ sơ đồ tóm tắt hoặc hình minh họa, yêu cầu của bài toán sẽ dễ được nhận ra hơn.

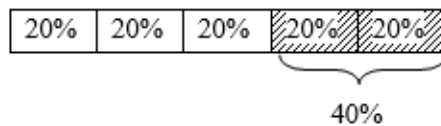
Ví dụ 1: Biết 25% cá trong hồ là cá nước ngọt. Cho thêm một lượng cá nước ngọt bằng số cá này vào trong hồ. Tìm tỉ số của lượng cá nước ngọt trong hồ lúc này?

Ở bài toán này, việc chuyển về các dạng toán của tỉ số phần trăm không thể thực hiện ngay nếu HS không biết giả sử số cá ban đầu là 100%. Khó khăn tiếp theo là tìm tỉ số của hai đại lượng có dạng số phần trăm (50% và 125%) khi HS chỉ được học về tỉ số của hai số bình thường. Tuy nhiên, với việc biểu diễn lại bài toán như tóm tắt sau sẽ giúp HS tiến nhanh đến kết quả hơn là tính toán số học.

Số cá ban đầu:

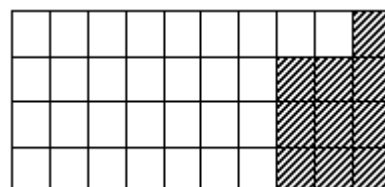


Số cá lúc sau:



Ví dụ 2: Chai A chứa 10% nước sirô, chai B chứa 30% nước sirô. Hai chai có thể tích bằng nhau. Nếu trộn 1 chai A và 3 chai B với nhau thì ta được hỗn hợp mới chứa bao nhiêu phần trăm nước sirô?

Hình biểu diễn số phần trăm cho bài toán như sau:



Dựa vào hình trên, HS có thể thấy ngay $\frac{10}{40}=25\%$ là đáp án cần tìm.

2.3.3 Hoạt động 3: chuyển từ biểu diễn trực quan sang biểu diễn bằng ký hiệu

Dựa trên sơ đồ, hình vẽ, bảng,... đã thực hiện, HS tìm phép toán hoặc đáp án phù hợp. Trong ví dụ 2, từ hình chữ nhật được vẽ, HS sẽ thấy $\frac{10}{40}$ là tỉ lệ cần tìm và đổi thành 25%. Hoạt động này đòi hỏi HS nắm vững kiến thức toán học cũng như các mối quan hệ bên trong một khái niệm, tính chất toán học.

Ví dụ 3: xem Hình 3



Hình 3: trích từ Toán 1 (Đỗ Đình Hoan và ctv., 2014)

Để giải bài toán trên, HS sẽ thực hiện chuyển từ hình ảnh sang biểu diễn phép toán $6 - 1 = 5$. Tuy nhiên, trước khi viết phép tính này, GV có thể yêu cầu HS phát biểu thành bài toán bằng lời: “Có 6 con vịt dưới ao, 1 con đi lên bờ. Hỏi dưới ao còn lại bao nhiêu con vịt?”. Điều này đã thực hiện liên tục hai hoạt động: chuyển biểu diễn trực quan sang biểu diễn bằng ngôn ngữ, chuyển biểu diễn bằng ngôn ngữ sang biểu diễn bằng ký hiệu. Sự xen kẽ này sẽ giúp HS làm quen với các “từ khóa” của toán CLV, phát triển ngôn ngữ tự nhiên và hình thành dạng toán.

2.3.4 Hoạt động 4: chuyển từ biểu diễn bằng ký hiệu sang biểu diễn bằng ngôn ngữ

Hoạt động này thường gặp ở các lớp đầu cấp tiểu học. Khi dạy học phép tính mới hoặc dạng toán “tìm x”, GV có thể yêu cầu HS phát biểu phép tính này dưới dạng một bài toán có lời văn. Hoạt động chuyển đổi này giúp các em hiểu được ý nghĩa của phép toán và phát triển khả năng ngôn ngữ.

Ví dụ 4: Tìm x biết $13 - x = 10$.

Khi hướng dẫn giải dạng toán này, thay vì cung cấp ngay cho HS quy tắc tìm số trừ khi biết số bị trừ

và hiệu, GV có thể yêu cầu HS phát biểu thành bài toán CLV để từ đó các em tự hình thành quy tắc. Chẳng hạn, “An có 13 quyển vở. An cho Bình một số quyển nên bây giờ còn 10 quyển. Hỏi An đã cho Bình bao nhiêu quyển vở?”.

2.3.5 Hoạt động 5: chuyển đổi trong biểu diễn ký hiệu số

Ở bậc tiểu học, toán CLV có gắn bó mật thiết với mạch kiến thức số học. Nắm vững về biểu diễn của các loại số sẽ rất hữu ích trong giải toán CLV; có thể là việc tách thành tổng hoặc hiệu số tự nhiên theo cấu tạo số, biểu diễn thành dạng thập phân hoặc phân số của số phần trăm, chuyển đổi giữa phân số - hỗn số - số thập phân,...

Ví dụ 5: Có 3 thùng dầu, mỗi thùng đựng 25 lít. Chủ cửa hàng bán được 30 lít. Hỏi cửa hàng còn lại bao nhiêu lít dầu?

Cách giải phổ biến cho bài toán trên là HS phải trình bày hai bước tính như sau:

Số lít dầu trong 3 thùng là $3 \times 25 = 75$ (lít)

Số lít dầu cửa hàng còn lại là $75 - 30 = 45$ (lít)

Trong thực tế, người bán thường thực hiện theo cách lấy hết dầu ở thùng thứ nhất, lấy thêm 5 lít ở thùng thứ hai hoặc cũng có thể lấy ở mỗi thùng 10 lít. Tuy cách giải quyết khác nhau nhưng thể hiện các cách biểu diễn $30 = 25 + 5$ và $30 = 10 + 10 + 10$. Từ đây, GV có thể định hướng lời giải khác cho HS.

Ví dụ 6: Tìm 25% của 3200?

Chú ý rằng $25\% = 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$, bài toán có thể được giải theo nhiều cách khác nhau như sau: $3200 : 100 \times 25$ hay $3200 \times \frac{1}{4}$ hay $3200 \times 0,25$.

Có thể thấy, với dạng toán tìm giá trị tỉ số phần trăm của một số cho trước, sự chuyển đổi trong cách biểu diễn số phần trăm, số thập phân và phân số có thể được khai thác để chỉ ra các cách giải khác nhau cho dạng toán này. Thay vì sử dụng phương pháp rút về đơn vị (tìm giá trị của 1%) như hướng dẫn của sách giáo khoa Toán 5, GV hướng dẫn HS cách giải dựa trên tìm phân số của một số (đưa về phép nhân, rút gọn tỉ số phân trăm thành phân số tối giản hoặc số thập phân).

3 KẾT LUẬN

BDTH có vai trò rất quan trọng trong giải toán CLV. Hoạt động chuyển đổi giữa các kiểu biểu diễn sẽ tạo ra những câu nói để HS giải quyết vấn đề toán học tốt hơn, phát triển tư duy và lập luận logic, phát

triển khả năng ngôn ngữ tự nhiên và ngôn ngữ toán học.

Trong xu hướng đổi mới giáo dục phổ thông của Việt Nam hiện nay, dạy học định hướng phát triển năng lực BDTH đã được quan tâm nhưng chưa nhiều nghiên cứu sâu về sự kết nối (sự chuyển đổi) giữa các dạng biểu diễn toán học trong giải toán tiêu học nói chung, toán CLV nói riêng.

Ở cấp tiêu học của Việt Nam hiện nay, từ những ghi nhận ban đầu của tác giả, khi dạy học giải toán CLV, đôi khi GV chú trọng hướng đưa bài toán về các dạng điển hình đã biết hơn việc khuyến khích HS sử dụng biểu diễn trực quan. Càng về những lớp cuối cấp, trong sách giáo khoa Toán, việc sử dụng sơ đồ tóm tắt, hình vẽ minh họa để biểu diễn lại bài toán càng ít được yêu cầu trong hoạt động giải toán CLV. Tác giả nhận thấy thói quen giải toán theo dạng sẽ trở thành rào cản khi HS gặp một tình huống không quen thuộc, khi gặp bế tắc thì dừng lại, chưa có thói quen tạo sự liên kết giữa các dữ kiện bằng sơ đồ, hình ảnh,... Bài toán CLV là tình huống có vấn đề với HS khi mới gặp lần đầu, khi đã hình thành phương pháp giải thì những bài toán tương tự chỉ mang tính chất luyện tập, không còn là vấn đề với HS nữa. Với bài toán luyện tập, BDTH cũng sẽ không phát huy nhiều tác dụng như bài toán gợi vấn đề.

Với tầm quan trọng trong giải toán CLV nói riêng và toán học nói chung, BDTH cần được chú trọng trang bị cho HS như một công cụ khi giải quyết các vấn đề toán học.

Từ những nhận định trên, tác giả cho rằng cần có những nghiên cứu sâu hơn về xây dựng bài toán trong sách giáo khoa theo hướng khai thác BDTH, về thực trạng cũng như các giải pháp định hướng phát triển năng lực biểu diễn toán học của HS tiêu

học thông qua giải toán CLV không chỉ vì vai trò của BDTH mà còn là sự phát triển toàn diện về phẩm chất, năng lực của HS.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018. Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán, ngày truy cập 25/4/2019. Địa chỉ: <https://data.moet.gov.vn/index.php/s/m6ztfi7sUIIGQdY#pdfviewer>
- Vũ Thị Bình, 2016. Bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học và năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trong dạy học môn Toán lớp 6, lớp 7. Luận án Tiến sĩ Khoa học Giáo dục. Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam. Hà Nội.
- Đỗ Đình Hoan (Chủ biên), Nguyễn Áng, Đỗ Trung Hiệu và Phạm Thanh Tâm, 2014. Toán 1. Nhà xuất bản Giáo dục. Hà Nội, trang 66.
- Jennifer, L.K., 2010. Problem representation and mathematical problem solving of students of varying math ability. Doctor thesis. The University of Miami. Florida.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2014. Principles to Actions: Ensuring Mathematical success for all. Reston. Virginia, 139 pages.
- Tadao, N., 2007. Development of Mathematical Thinking through Representation: Utilizing Representational Systems. Progress report of the APEC project "Collaborative studies on Innovations for teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (II) - Lesson Study focusing on Mathematical Communication", Specialist Session, December 2007, University of Tsukuba, Japan.
- Vui, T., 2010. Using open ended tasks with visual representations in connecting lesson study with formative assessment, ngày truy cập 20/10/2018. Địa chỉ: <http://www.crme.kku.ac.th/APEC/APEC%202010/Paper/Tran%20Vui.pdf>.